

[出題項目 陰関数の微分, 極値]

[確認事項] ○ △ × で 評価

[] (1) (2 変数関数) = 0 で表される 1 変数の陰関数の微分が求められる。

[] (2) (3 変数関数) = 0 で表される 2 変数の陰関数の偏微分が求められる。

[] (3) (2 変数関数) = 0 で表される 1 変数の陰関数の極値が求められる。

[] (4) (3 変数関数) = 0 で表される 2 変数の陰関数の極値が求められる。

[出題項目 陰関数の微分, 極値]

問 1.

(1) $z = f(x, y) = xy^2 + x^2y$, $x = g(t) = e^{2t}$, $y = h(t) = \log_e(t^2 + 1)$ とするとき,

$z = f(g(t), h(t))$ の微分 $\frac{dz}{dt}$ を求めよ。

(2) $z = f(x, y) = \sin(2x + y) + \cos(x + 2y)$, $x = g(t, u) = 3t^2u$, $y = h(t, u) = 2t + u^2$ とするとき, $z = f(g(t, u), h(t, u))$ の偏微分 $\frac{\partial z}{\partial t}$ および $\frac{\partial z}{\partial u}$ を求めよ。

(解答) (1)

(2)

問 2. 次の関数の条件付き極値を求めよ。

(1) $x^2 + y^2 = 2$ の条件で, 関数 $z = f(x, y) = e^{x+y}$

(2) $y^4 - y^2 + x^2 = 0$ の条件で, 関数 $z = f(x, y) = xy$

(解答) (1)

(2)

問 3. 次の関数の 2 重積分 $\iint_D z \, dx dy$ を求めよ。

(1) $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ の領域で定義された関数 $z = \frac{1}{(x+y+1)^2}$

(2) $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$ の領域で定義された関数 $z = x \sin(x+y)$

(解答) (1)

(2)