解析学Ⅲ	確認・課題 No.301	平成　　年度
教育学部	教育専攻	番 氏名
	課題評価　　／	自己理解評価　　／ 5

[出題項目 復習]

[確認事項] ○ △ × で 評価

[ ] (1) 「解析学□」と「解析学□」の基本を理解している。

[ ] (2) 次の公式を活用できる。

１． x の微分可能な関数 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ に対し，次の微分公式が成り立つ。

(1) $\dfrac{d}{dx}(\lambda f(x))=\lambda\dfrac{d}{dx}f(x)$　ただし，λ は任意の実数とする。

(2) $\dfrac{d}{dx}(f(x)\pm g(x))=\dfrac{d}{dx}f(x)\pm\dfrac{d}{dx}g(x)$　ただし，複号 $\pm$ は上下同順に読む。

(3) $\dfrac{d}{dx}(f(x)\times g(x))=\dfrac{d}{dx}f(x)\times g(x)+f(x)\times\dfrac{d}{dx}g(x)$

(4) $\dfrac{d}{dx}(f(x)\div g(x))=\dfrac{\frac{d}{dx}f(x)\times g(x)-f(x)\times\frac{d}{dx}g(x)}{(g(x))^2}$

(5) $\dfrac{d}{dx}(f^{-1}(x))=\dfrac{1}{\frac{df}{dy}(f^{-1}(x))}$　ただし，$f(x)$ の逆関数

$y=f^{-1}(x)$ が存在すると仮定する。

(6) $\dfrac{d}{dx}(g(f(x)))=\dfrac{d}{dy}g(y)\times\dfrac{d}{dx}f(x)$

２．積分公式

(1) $\displaystyle\int x^p dx=\frac{1}{p+1}x^{p+1}+C$ ただし，$p\neq-1$ で定数とする。

(2) $\displaystyle\int\frac{1}{x}dx=\log_e|x|+C$　　(3) $\displaystyle\int e^{ax}dx=\frac{1}{a}e^{ax}+C$

(4) $\displaystyle\int\sin ax dx=-\frac{1}{a}\cos ax+C$　　(5) $\displaystyle\int\cos ax dx=\frac{1}{a}\sin ax+C$

(6) $\displaystyle\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+C$　　(7) $\displaystyle\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$

ただし，$\cot x=\dfrac{1}{\tan x}$ とする。

３． $y=f(x)$ かつ $x=g(t)$ であるとき，

$\displaystyle\int f(x)\ dx=\int f(g(t))g'(t)\ dt$　　$\displaystyle\int f(x)\ dt=\int f(x)(g^{-1})'(x)\ dx$

が成り立つ。

４．二つの関数 $y=f(x)$，$y=g(x)$ に対し， $F'(x)=f(x)$ とすると，

$\displaystyle\int f(x)g(x)\ dx=F(x)g(x)-\int F(x)g'(x)\ dx$

５．

(1) $\displaystyle\int\frac{a}{x^2+a^2}\ dx=\arctan\frac{x}{a}+C$ (C は積分定数) となる。

(2) $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt{x^2+A}}dx=\log_e|x+\sqrt{x^2+A}|+C$　ただし，$A\neq0$

(3) $\displaystyle\int\sqrt{x^2+A}dx=\frac{1}{2}(x\sqrt{x^2+A}+A\log_e|x+\sqrt{x^2+A}|)+C$　ただし，$A\neq0$

(4) $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx=\arcsin\frac{x}{a}+C$

(5) $\int \sqrt{a^2-x^2}dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\arcsin\frac{x}{a})+C$

6． $t=\tan\frac{x}{2}$ $(-\pi < x < \pi)$ とおくと，

$dx = \frac{2}{1+t^2}dt$，$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$，$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$，$\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$ となる。

7． $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\ dx$，$J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x\ dx$ とおく。ただし，n は負でない整数とする。このとき，$I_n = J_n$ で，$I_n = \frac{n-1}{n}I_{n-2}$ が成り立つ。

したがって，次のことが成り立つ。

(1) n が奇数のときは，$I_n = J_n = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-3}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{2}{3}$

(2) n が偶数のときは，$I_n = J_n = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-3}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2}$

解析学口	確認・課題 **No.301**	平成２８年度
教育学部	教育専攻	番　氏名
	課題評価　　／	自己理解評価　　／ 5

[出題項目 復習]

問１． 次ぎの関数を微分せよ。

(1) $y = e^{-x}\sin x$　**(2)** $y = a^{2x^2}$　**(3)** $y = \log_e|\cos x|$

(4) $y = \arcsin\sqrt{x}$　**(5)** $y = \arctan\dfrac{2x+3}{4}$

(解答) (2)

(3)

(4)

(5)

(1) は同様に計算する。

問２． 次の定積分を (原始関数を用いて) 求めよ。

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{0}\cos\frac{\pi}{3}x\ dx$　**(2)** $\displaystyle\int_{1}^{e}\frac{\log_e x}{x}\ dx$　**(3)** $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\ dx$

(4) $\displaystyle\int_{0}^{\pi}x\sin x\ dx$　**(5)** $\displaystyle\int_{1}^{2}x\log_e x\ dx$　**(6)** $\displaystyle\int_{0}^{2}xe^{\frac{x}{2}}\ dx$

(7) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}-\sin x\cos^3 x-3\sin x\cos x\ dx$　**(8)** $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin^3 x}{1+2\cos x}\ dx$　**(9)** $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos^4 x}\ dx$

(解答) (1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

(8)

(9)